

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
2025-2026 учебный год

по МАТЕМАТИКЕ
8 класс

На олимпиаде используется 7-балльная шкала: каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником. Основные принципы оценивания приведены в таблице:

Баллы	Критерии оценивания
7	Полное верное решение.
6	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
4–5	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений. В задаче «Оценка + пример» доказана оценка.
2–3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи. В задаче «Оценка + пример» построен пример.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Кроме того,

- 1) результатом выполнения каждого задания должна быть запись полного решения со всеми необходимыми обоснованиями и выводами; ответ без обоснований (если они требуются) оценивается в 0 баллов;
- 2) любое правильное (полное) решение оценивается в 7 баллов; недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;
- 3) олимпиадная работа не является контрольной работой, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;
- 4) баллы не выставляются «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи;
- 5) если к задаче приведены указания к оцениванию – они имеют приоритет над общими указаниями.

1. Максим загадал четырёхзначное число. Если к числу прибавить его первую слева цифру, то получится на 9 больше, чем если прибавить его вторую цифру. А если к числу прибавить третью цифру, то получится на 8 больше, чем если прибавить четвёртую цифру. Какое число мог загадать Максим? Не забудьте указать все варианты и объяснить, что других нет.

Ответ: 9080 или 9091.

Решение. Заметим, что первая и вторая цифра должны отличаться на 9, такими цифрами могут быть только 9 и 0. А третья и четвёртая цифра — отличаются на 8, так может быть только для пары 8 и 0 или 9 и 1. Из всего вышесказанного получаем ответы 9080 и 9091.

Только один ответ – 1 балл

Только два ответа – 2 балла

Верное обоснование, но только один из двух ответов – 5 баллов.

2. Числа a и b таковы, что

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} = 1.$$

Чему может быть равно

$$\frac{a}{2a+2} + \frac{b}{2b+2} ?$$

Ответ: только $\frac{1}{2}$.

Решение. Заметим, что

$$\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} = 1 - \frac{1}{a+1} + 1 - \frac{1}{b+1} = 1.$$

Искомое выражение же в два раза меньше.

3. Сколькими способами в равенстве $\star\star + \star\star = 17\star$ можно заменить звёздочки цифрами так, чтобы оно было верным и все семь цифр были различными?

Решение: Рассмотрим разные варианты первых цифр двузначных слагаемых.

1. $8\star + 9\star = 17\star$ или $9\star + 8\star = 17\star$. Тогда одна из звёздочек равна сумме двух других. Значит, 0 использовать не получится, остались цифры 2, 3, 4, 5, 6. Из них можно составить только два нужных равенства: $2 + 3 = 5$ и $2 + 4 = 6$. Каждую пару цифр (2, 3) и (2, 4) можно подставить в исходное равенство двумя способами, поэтому в данном случае получаем $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ способов.
2. Варианты, когда первые цифры равны 7 и 9 или 8 и 8, противоречат условию.
3. Первые цифры дают в сумме не больше 15. Тогда сумма этих двузначных чисел меньше 170.

Продвижение про сумму первых цифр числа, без дальнейшего продвижения – 3 балла (про 8 и 9, и сумму меньше 17)

-
4. В трапеции $ABCD$ основание BC вдвое меньше боковой стороны AB . Биссектрисы углов A и B пересекаются в точке E . Докажите, что треугольник BCE — равнобедренный.

Решение (1). Заметим, что $\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$, тогда для их половин выполняется равенство $\angle BAE + \angle ABE = 90^\circ$. Пусть M — середина AB , $CB = BM = MA$, тогда треугольники CBE и MBE равны по двум сторонам и углу между ними. Заметим, что $ME = MB$ как медиана прямоугольного треугольника.

Решение (2). Пусть биссектриса AE пересекает прямую BC в точке F . Так как $\angle FAB = \angle FAD = \angle AFB$, то треугольник FAB — равнобедренный. В треугольнике ABF биссектриса BE будет медианой и высотой. Так как $2BC = AB = BF$, то $BC = CF$, а $CE = CF$ как медиана прямоугольного треугольника ABF (или как средняя линия треугольника ABF).

Решение (3). Пусть биссектриса BE пересекает сторону AD в точке G . Так как $\angle ABG = \angle BGA = \angle AGB$, то треугольник AGB равнобедренный, биссектриса AE является его медианой. Отметим точку M — середину отрезка AB . Далее скажем, что треугольники CBE и MBE равны и равнобедренные.

5. Паша хочет разместить n клетчатых полосок на доске 1×100 . Полоски должны располагаться по клеточкам и не могут вылезать за пределы доски. Длины всех n полосок должны быть различны. Полоски могут частично перекрываться, но ни одна не может полностью содержать другую. При каком наибольшем n такое возможно?

Решение:

Пример. Пронумеруем клетки слева направо от 1 до 100, а полосу от a до b будем обозначать $[a, b]$. Пример $[1, 2], [2, 4], \dots, [50, 100]$ (то есть полосы вида $[i, 2i]$, где $1 \leq i \leq 50$), очевидно, удовлетворяет условиям задачи.

Оценка. Пусть полосок больше 50. Рассмотрим наибольшую по длине полосу $[a, b]$, её длина как минимум 51. У каждой из оставшихся полосок либо левый конец находится в клетке $a_1 < a$, либо правый конец находится в клетке $b_1 > b$. Поскольку $b - a \geq 51$, то таких клеток не более 48. Значит, у каких-то двух из оставшихся полосок общий правый или общий левый конец, но тогда большая из них содержит меньшую, противоречие.

Оценка — 5 балла

Пример — 2 балла